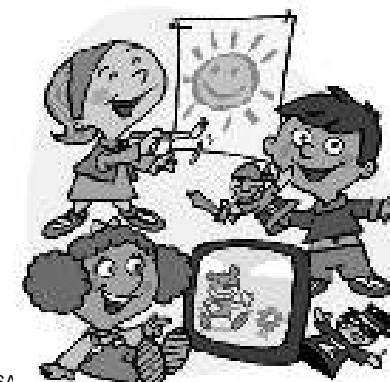


### 3. lo sviluppo delle capacità numeriche nel bambino



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

### Quando un bambino arriva alla scuola dell'infanzia ...



Claudia Cappa ISA  
C.Muzio Università di Pavia

I bambini di **3 anni** hanno già alcune competenze che in parte sono innate :

- il **senso del numero** (la capacità di distinguere uno, due e tre oggetti senza doverli contare)
- conoscere l'addizione e la sottrazione, per i numeri 1, 2 e 3.

•**Concetto di numerosità**

altre le hanno imparate dalle piccole esperienze quotidiane, come:

- i **primi numeri ordinali**, (giocando i bambini sanno chi arriva per primo, chi per secondo e chi per ultimo)
- il concetto di più piccolo e di più grande (**confronto**)
- i concetti di **piccolo, medio e grande**.

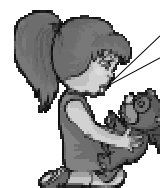


Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

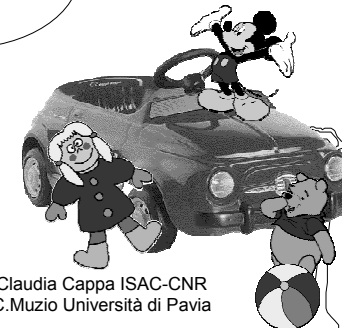
Capacità numerica

Conta i  
giocattoli!

Uno, due,  
tre, cinque,  
sei

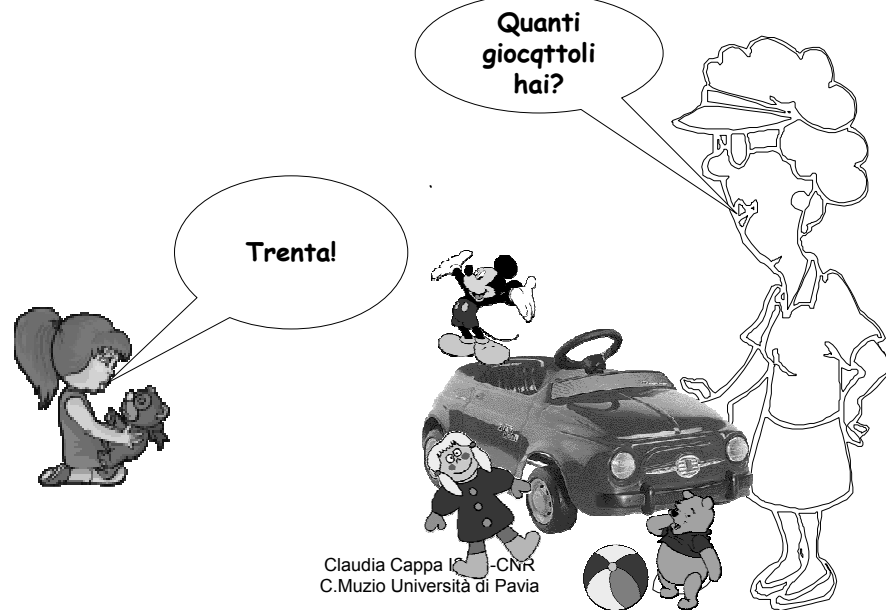


3 anni



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

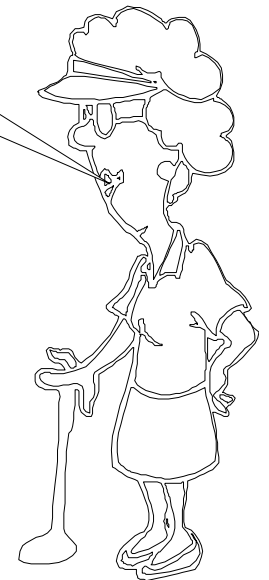
## Capacità numerica



## Capacità numerica

È solo intorno ai 4 anni che un bambino capisce che contare può servire a rispondere alla domanda:

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



## Lo sviluppo delle abilità di conteggio

contare

enumerare

Conoscere il nome dei numeri ordinati in una sequenza fissa e inalterabile

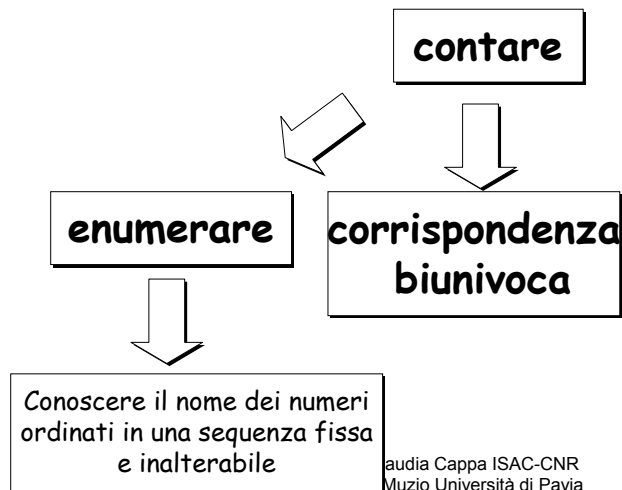
Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

enumerare

- ~2-3 anni sa produrre una sequenza di parole numero: **unoduetrecinquesette** (come filastrocca)
- ~4 anni parole numero come unità distinte (uno, due, tre, ...) la **sequenza è unidirezionale** e viene prodotta partendo da uno.
- ~5 anni la sequenza verbale della conta è **bidirezionale** (sette, otto, nove, dieci, ... dieci, nove, otto, sette) e viene prodotta partendo da un numero qualsiasi della serie.

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia  
**Punto critico: il cambio di decina**

## Lo sviluppo delle abilità di conteggio



### corrispondenza biunivoca

~2 anni sa: distribuire 1 oggetto a ciascuna persona usare la strategia "uno a te e uno a me" **ma solo a**

~4 anni è in grado di inferire che il numero di oggetti così distribuiti è lo stesso.

~5 anni la corrispondenza biunivoca viene utilizzata correttamente.

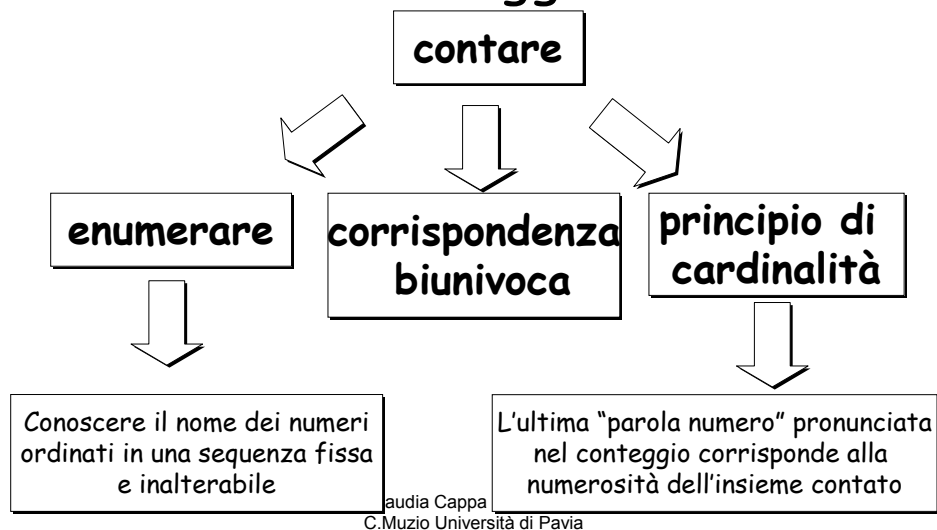
**Punti critici: errori "parola-indicazione"**

(indica un oggetto e non pronuncia la parola-numero oppure ne pronuncia molte

**"indicazione-oggetto"**

(salta oggetti oppure li segna più volte)

## Lo sviluppo delle abilità di conteggio



### principio di cardinalità

L'ultima "parola numero" pronunciata nel conteggio corrisponde alla numerosità dell'insieme contato


**Viene acquisito solo intorno ai 5 anni**

# Sviluppo delle abilità di lettura del numero


## Stadio logografico (<5 anni)

il bimbo riconosce alcuni numeri ...

...ma i numeri più frequenti sono quelli del quantitativo del numero



5 come i miei anni... c'era sulla torta



il 46 di Valentino Rossi

## stadio alfabetico (5-6 anni) lettura dei numeri arabi e in forma verbale

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

# Sviluppo delle abilità di scrittura del numero

## Notazione nulla

Non ha nessun significato per un osservatore esterno

*Mmmmm*

Lucia (3 anni e 10 mesi)  
Notazione nulla continua

2 1 4 3 5

Fabio (4 anni e 4 mesi)  
Notazione nulla discreta

## Notazione biunivoca

(rappresentazione pittografica o iconica)

Corrispondenza tra segni e quantità numerica)

oo o oo oo 3 1 4 2 3 1 4 2 5

Mattia (4 anni e 6 mesi)  
Notazione di corrispondenza biunivoca errata

Nicola (4 anni e 9 mesi)  
Notazione di corrispondenza biunivoca corretta

## Notazione convenzionale

Cl  
C.N

Emma (5 anni e 3 mesi)  
Notazione convenzionale errata

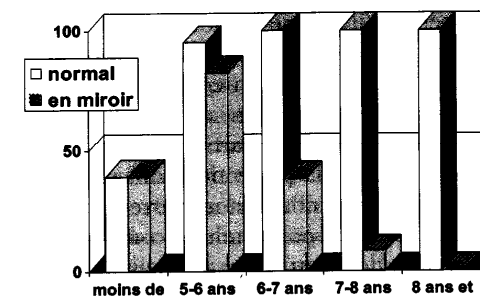
Michele (5 anni)  
Notazione convenzionale corretta

b  
©2001 dyslexia.tv

Lissie  
meggie  
ei 28 i  
meggie  
Lissie

b  
©2001 dyslexia.tv


Numero di bambini che sono capaci di scrivere il loro nome nel senso abituale e a specchio



Vi è una tappa transitoria in cui è indifferente il senso di scrittura.

# ATTIVITÀ PER CONOSCERE LA VISIONE DEI BAMBINI SUI NUMERI

- Sai cosa sono i numeri?
- Chi li usa?
- A cosa servono?
- Dove li vedi?
- Quando si usano?
- Sai quanti sono?

D. Lucangeli et al.  "L'intelligenza numerica" Erickson

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## Cosa sono i numeri?

Marco (5 anni): *"Scritte, un po' diverse, non sono lunghe lunghe come le parole."*

Lucia (5 anni): *"Sono che ti servono quando hai i soldini, o le bambole. Se ne hai di più o di meno delle tue amichette."*

Luca (5 anni): *"Sono numeri scritti o detti a voce. O anche sulle dita uno per uno. Ci si conta."*

Maria (5 anni): *"I numeri sono fatti per dire uno, due, tre, e poi non sbagliare fino a dieci, e anche fino a di più."*

D. Lucangeli

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## A cosa servono i numeri?

Marco: *"I numeri piccoli servono a contare. I numeri grandi a scrivere a scuola."*

Lucia: *"Anche per diventare grandi e bravi a scuola."*

Luca: *"A me non mi servono mai."*

Maria: *"Ai grandi servono molto. Ci fanno molte cose. Anche la spesa."*

Tonino: *"Servono per contare le cose e i soldi."*

D. Lucangeli

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



## Quale di questi numeri è più grande?

( 8 – 2 )

Matteo: *"8 perché viene dopo."*

Lucia: *"8 perché è di più."*

Maria: *"8 perché è mia sorella più grande."*

Sandro: *"2."*

D. Lucangeli

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## Quale di questi numeri è più grande? ( 10 - 12 )

Matteo: "10 perché è fino dove so contare."

Lucia: "Sono uguali."

Maria: "12. Perché sono di più."

Sandro: "Non so."



D. Lucangeli

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## Quale di questi numeri è più grande? ( 21 - 12 )

Matteo: "Non so."

Lucia: "Uno è prima, l'altro dopo."  
(Si riferisce all'1 e al 2)

Maria: "21 non lo conosco."

Sandro: "Sono uguali."

D. Lucangeli

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

**Se nel corso dell'ultimo anno della scuola  
dell'infanzia i bambini non hanno ancora  
raggiunto queste competenze:**

- difficoltà ad enumerare fino a 10 (enunciazione della serie verbale automatica)
- difficoltà a contare fino a 5
- difficoltà a comprendere il principio di cardinalità.
- difficoltà nella comparazione di piccole quantità.
- difficoltà a raccontare/spiegare piccole esperienze in ordine cronologico
- Difficoltà a capire quale numero è più grande tra 1, 2 o 3

**è opportuno realizzare attività didattiche-  
pedagogiche mirate**

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## Attività per sviluppare le abilità numeriche



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

# Fiabe e filastrocche sui numeri

Partiamo dalla vita reale, dalle fiabe, dalle storie e dovunque troviamo numeri!

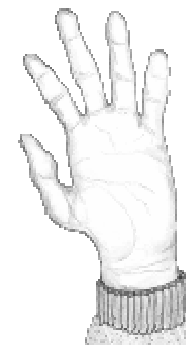
B. D'Amore

numero	fiaba	attività
1,2,3,4,5	Filastrocca delle dita	<ul style="list-style-type: none"><li>Filastrocca con i nomi delle dita - mettere in sequenza, simbolizzare e memorizzare)</li><li>Formare i numeri con le dita</li><li>Corrispondenza uno ad uno con i numeri da 1 a 5</li><li>Utilizzo dei simboli numerici sulla quantità da 1 a 5</li></ul>
1,2,3 e 4 (3+1)	I 3 porcellini e il lupo	<ul style="list-style-type: none"><li>Corrispondenza uno ad uno con gli elementi della fiaba (ad ogni porcellino la sua casa, il suo strumento, il cappellino, ...)</li><li>Registrare la regolarità (il lupo che si reca alla casa del 1° porcellino e la distrugge, si reca dal 2° e la distrugge dal 3° e non la distrugge)</li><li>Utilizzo dei simboli numerici sulla quantità da 1 a 4</li><li>3 porcellini + 1 lupo = 4 "personaggi"</li></ul>

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## Le cinque dita

Andò al mercato il pollice  
e comperò una mela,  
ma poi la vide l'indice  
e agli altri la indicò,  
il medio disse subito:  
adesso chi la pela?  
E tutti protestarono:  
io no, io no, io no.  
Io no perchè son piccolo, rispose  
l'anulare,  
io neanche disse l'indice...  
I 4 litigarono: nessuno la sbucciò,  
allora il furbo mignolo la prese e la  
mangiò!  
GNAM!



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## Le dita della mano

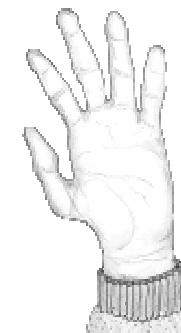
Il piccolo mignolo  
così per giocare  
montò sopra il dorso  
del buon anulare.  
E questi dal medio  
pian piano, bel bello  
si fece portare  
con l'altro fratello.  
Il medio ch'è forte  
ma un po' fannullone  
del povero indice  
balzò sul groppone.  
Ma il pollice furbo  
si mise a fuggire  
e l'indice, svelto,  
lo volle inseguire.  
E ancora l'insegue  
coi tre sulla groppa.  
Intanto la mano  
galoppa, galoppa.



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

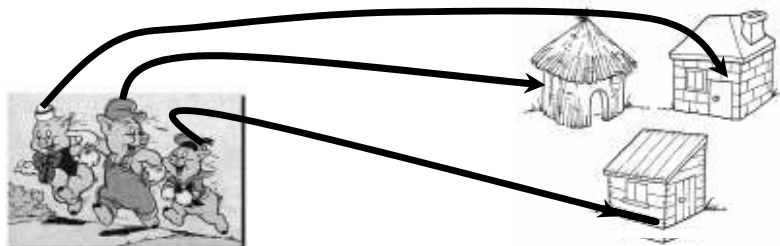
## FILASTROCCA DELLE DITA

Un ditino da succhiare,  
due occhi grandi per guardare,  
tre bottoni da abbottonare,  
quattro ruote da far girare,  
cinque dita da lavare.  
Uno, due,  
uno, due, tre,  
muovi le dita come me.



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

- **Fiabe** (corrispondenza biunivoca, principio di cardinalità ... )



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

1,2,3,4 (4+4)=8	<b>I 4 musicanti di Brema</b> (4 briganti)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mettere in scala dal più grande al più piccolo</li> <li>• Corrispondenza uno ad uno con gli elementi della fiaba</li> <li>• Utilizzo dei simboli numerici sulla quantità da 1 a 4 e 8</li> <li>• Formare gli insiemi (musicanti e briganti)</li> <li>• 1+1, 2+1, 3+1, 4+4</li> </ul>
1, 2, 3, 4	<b>Hansel e Gretel</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formare gli insiemi (2 genitori, 2 bambini, 1 strega) ed attribuire il numero</li> <li>• Corrispondenza uno ad uno con gli elementi della fiaba</li> <li>• Utilizzo dei simboli numerici sulla quantità da 1 a 4</li> <li>• Distinguere quando sono in 2, in 3 o in 4</li> </ul>
1,2,3,4	<b>Cappuccetto rosso</b> , lupo, nonna, cacciatore Gli oggetti da mettere nel cestino di Cappuccetto Rosso	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La strada lunga, la strada corta</li> <li>• Utilizzo dei simboli numerici sulla quantità da 1 a 4</li> <li>• Fare disegnare gli oggetti nel cestino (da modificare in base al numero che si vuole introdurre)</li> </ul>
1,2,3,4,5,6,7 e 8	<b>Biancaneve e i 7 nani</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Visione del film: tempi lunghi di attenzione</li> <li>• Numeri ordinali (primo, secondo,...)</li> <li>• Utilizzo dei 'contrassegni' sui letti dei nani per attività di simbologia</li> <li>• 7 nani + Biancaneve (1) = 8 personaggi</li> <li>• Scrittura dei numeri da 1 a 8</li> </ul>

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

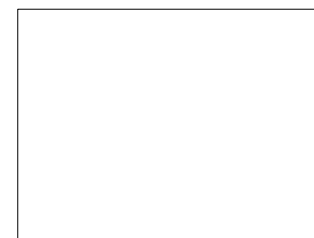


## Il Baratto

corrispondenza biunivoca,  
concetto di numerosità,  
concetto di indipendenza della numerosità  
dalle dimensioni degli oggetti

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

Se dispongo i 5 pallini in modo differente...  
o li raggruppo...



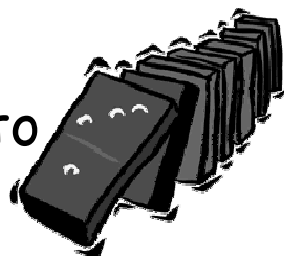
...non è più facile contarli?

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



## Domino

Capacità di confronto  
di numerosità



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

Claudia Cappa

## Giochi di classificazione

Classificare gli oggetti in base a delle categorie  
(le categorie possono non essere  
predeterminate)

È possibile, ad esempio, ordinare gli oggetti in  
base al colore, alla dimensione, al materiale....



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

Quanti siamo con...

i capelli rossi?



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## Cosa sa fare un bambino all'ingresso nella scuola elementare?

- confrontare numerosità differenti
- distinguere i mutamenti di numerosità
- contare fino a 10 (anche oltre con difficoltà al cambio di decina)
- fare piccoli ragionamenti basati sulla somma o sulla sottrazione
- distinguere le lettere dalle cifre e sa a che cosa servono le une e le altre
- anche leggere i numeri fino al 10 (alcuni).



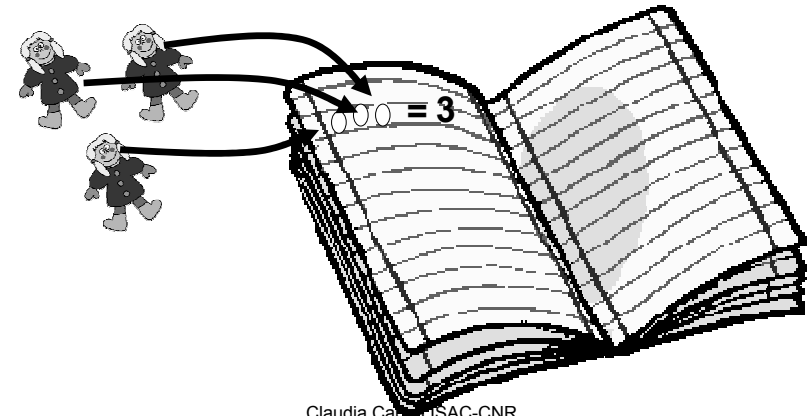
Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

... probabilmente anche i nostri bambini devono affrontare le tappe che hanno effettuato i nostri antenati



Claudia Cappa  
Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

Quando si introduce un numero in codice arabo (arabico) è importante il richiamo alla quantità associata



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## IMPARARE I PROCESSI DI TRANSCODIFICA per passare da un codice ad un altro

- Alfabetico orale: la parola detta



- Alfabetico scritto: la parola scritta

- Il codice arabo: l'ideogramma "5"



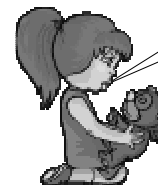
- Il codice pittografico: IIII oppure

- Il codice dei numeri Romani "V"

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## La "costruzione" dei numeri... ovvero la grammatica dei numeri

Uno, due, tre, quattro, cinque, sei,  
sette, otto, nove, dieci, undici,  
dieci due,...



Punto critico: il cambio di decina

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



# la capacità di eseguire calcoli aritmetici esatti sembra dipendere dalla facoltà di linguaggio

I cinesi oltre ad avere la lingua trasparente alla base 10, e ad adottare delle tecniche didattiche favorevoli hanno anche altre facilitazioni legate alla lingua

Parole-numero molto brevi



si sta per 4, qi per 7



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

ideogramma	pinyin	Significato	Numerale indo-arabico
零 oppure 〇	líng	Zero	0
一	yī	Uno	1
二	èr	Due	2
三	sān	Tre	3
四	sì	Quattro	4
五	wǔ	Cinque	5
六	liù	Sei	6
七	qī	Sette	7
八	bā	Otto	8
九	jiǔ	Nove	9
十	shí	Dieci	(10)
百	bǎi	Cento	(100)
千	qiān	Mille	(1000)
万	wàn	Diecimila	(10000)

		Esempi Esempi Esempi	Esempi Esempi Esempi
Numero da 0 a 10	ideogramma del numerale	0 1, 2, 3, 4, 5 6, 7, 8, 9 10	零 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
Numero da 11 a 19	Due ideogrammi: # (dieci) # (quante unità)	11 12 17 18	十一 十二 十七 十八
Numero da 20 a 99	Codifica a decodifica	20 70	二十 七十
Numero da 100 a 999	Due ideogrammi: # (quante decine) # (quante unità)	100 700	一百 七百
Numero da 1000 a 9999	Tre ideogrammi: # (quante decine) # (dieci) # (quante unità)	1000 7000	一千 七千
Numero da 10000 a 99999	Codifica a decodifica	10000 70000	一万 七万

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

# la capacità di eseguire calcoli aritmetici esatti sembra dipendere dalla facoltà di linguaggio

I cinesi oltre ad avere la lingua trasparente alla base 10, e ad adottare delle tecniche didattiche favorevoli hanno anche altre facilitazioni legate alla lingua

Parole-numero molto brevi



si sta per 4, qi per 7



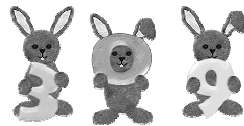
occupano poco spazio nella memoria di lavoro

Mediamente i bambini cinesi di 4 anni contano fino a 40.

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



# La scrittura posizionale delle cifre



superiorità della scrittura posizionale rispetto a quella additiva romana:

- facilità nello scrivere numeri grandi
- possibilità di fare i conti usando le cifre scritte

...ma

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

il suo uso richiede una novità:  
l'introduzione del numero zero.



*"Adesso sei uno zero senza cifre davanti. Sono meglio io di te, adesso: io sono un matto, tu non sei nulla".*

da Re Lear, Shakespeare

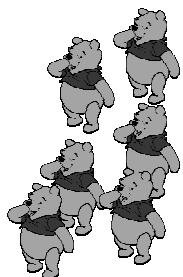
Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## significato di numero

**numerosità**



quanti?



**ordinali**



ci aiutano a ordinare le cose in una successione comprensibile



**numeri di misurazione**



35 cm



**etichette**



il numero telefono



**Tutti questi tipi di numeri hanno differenti proprietà.**

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



*Ho più  
sassolini di  
te!!!!*

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia



$$\cancel{30^{\circ}\text{C} + 30^{\circ}\text{C} = 60^{\circ}\text{C}}$$

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

Alla fine della prima elementare  
vanno individuati i bambini che  
non hanno raggiunto una o più  
delle seguenti abilità:

- 1) il riconoscimento di piccole quantità,
- 2) la lettura e la scrittura dei numeri entro il dieci,
- 3) il calcolo orale entro la decina anche con supporto concreto)
- 4) (scambia o inverte alcuni numeri (4/7,6/9) o li capovolge)

L'individuazione di tali difficoltà è finalizzata alla realizzazione di attività  
didattiche-pedagogiche mirate durante il secondo anno della scuola primaria.

Claudia Cappa ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia

## 4. Didattica della matematica



Claudia Cappa, ISAC-CNR  
C.Muzio Università di Pavia